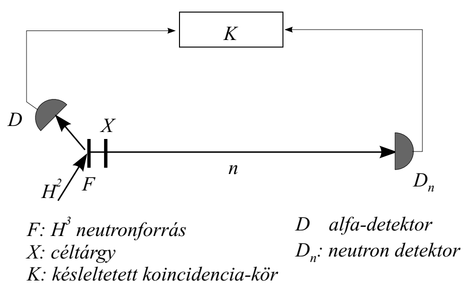
Mit mond a kvantumelmélet az alagúteffektus időtartamáról?

Hraskó Péter

Az alagúteffektus valószínűségének a kiszámítása standard feladat a kvantummechanikában, az effektus időtartamának a meghatározása azonban problémát jelent. Az alagutazási idő fogalmát egy egyszerű gondolatkísérlettel lehet megvilágítani, amelyet egy reális kísérletből kiindulva ismertetek.

Kezdő koromban a KFKI-ban kísérleti magfizikával foglalkoztam. Neutronok rugalmatlan szóródását tanulmányoztuk különféle magokon. A neutronokat a $H^2 + H^3 \longrightarrow \alpha + n$ reakcióban állítottuk elő. Ebben a reakcióban határozott v_0 sebességű (14 MeV energiájú) neutronok keletkeznek, de miután rugalmatlanul szóródtak, a sebességük valamilyen kisebb v-re csökken. Ezt a v-t a neutronok repülési ideje alapján határoztuk meg (1.ábra). Azt használtuk ki, hogy a neutronokkal egyidejűleg egy alfa-részecske is keletkezik. Ezt az α-t a keletkezési hely közvetlen szomszédságában elhelyezett detektorral regisztráltuk és a detektor jelét használtuk fel egy óraként működő késleltetett koincidencia-kör megindítására. Az "órát" a neutron-detektor jele állította le. A rugalmatlanul szórt neutronokat több méteres úton repültettük mielőtt a detektorig eljutottak, ezért a sebességüket a repülési idejük alapján a szükséges pontossággal meg lehetett mérni. A repülési idő eloszlásából lehetett megállapítani, milyen valószínűséggel gerjed fel különböző energiákra a neutront szóró atommag.



1.ábra

Ha a neutronok útjába nem teszünk be semmiféle céltárgyat, akkor ezzel a módszerrel a $H^2 + H^3 \longrightarrow \alpha + n$ reakcióban keletkező neutronok repülési idejét mérhetjük meg. Tudjuk, hogy az energiájuk 14 MeV, amelyből könnyen kiszámíthatjuk, hogy a sebességük a fénysebesség kb. 17 százaléka: $v_0 = 0.17c$. Néhány méteres repülési távolság mellett ez nagyságrendileg $t_0 \approx 10^{-7}s$ repülési időnek felel meg. Semmi meglepetést sem okozott, hogy a kísérlet valóban a sebesség alapján várt repülési időt adta eredményül. Eszünkbe se jutott csodálkozni azon, hogy a repülési idő kiszámításához nem volt szükség kvantumelméletre.

Eddig tartott a reális kísérlet ismertetése. Képzeljük el most, hogy a neutronok útjába makroszkopikus méretű barriert helyezünk el, amely magasabb, mint 14 MeV. Az alagúteffektusnak köszönhetően néhány neutron még így is eljut a neutron-detektorba, de vajon mennyi idő alatt?

Ennek a kérdésnek a megválaszolásához a klasszikus kinematika már nem elég, mert a repülési út barrierre eső tartományában a sebesség képzetes. A barrier előtt és után a sebesség továbbra is v_0 , de ha a barrier kellően széles — mondjuk a teljes repülési távolság fele —, akkor legfeljebb csak azt várhatjuk (de még ebben sem lehetünk egészen biztosak), hogy a repülési idő $t_0/2$-nél nagyobb lesz. Hogy mennyivel, arról fogalmunk sincs. Ez az ismeretlen időtartam az alagutazási idő.

Az évtizedek során több javaslat is született az alagutazási idő kiszámítására. 1955-ben Wigner levezetett egy képletet a rugalmas szóródás időtartamára, vagyis arra az időkésésre, amelyet egy E energiájú részecske szenved el, amikor valamilyen céltárgyon (atommagon) rugalmasan szóródik. A

$$\Delta\tau_W = \hbar\frac{d\delta(E)}{dE}$$

képletet kapta, amelyben $\delta(E)$ a rugalmas szórás fázistolása. Azt várjuk, hogy amikor E a céltárgy valamilyen gerjesztett nívójának az energiájával egyenlő, $\Delta\tau_W$ egyezzen meg a nívó $\hbar/\Gamma$ élettartamával és ez valóban így is van.

A képletét Wigner abból a feltevésből vezette le, hogy a részecskét az E-hez közeli energiájú síkhullámokat tartalmazó hullácsomagként fogta fel és a részecske mozgását a hullámcsomag maximumának a mozgásával helyettesítette. Később a képletet felhasználták az alagutazási idő számítására is, hiszen az alagutazáshoz is határozott $\delta(E)$ fázistolás tartozik[1].

Egy másik elképzelés szerint a rugalmas ütközés — és az alagutazás — időtartamát úgy lehet megbecsülni, hogy elképzelünk valamilyen homogén mágneses teret, amely a szórócentrum vagy a barrier tartományát tölti ki (ezen kívül zérus), és még azt is feltételezzük gondolatban, hogy a szóródó vagy alagutazó részecskének van valamekkora mágneses dipólmomentuma. Ezután a kvantummechanika alapján kiszámítjuk, hogy a szóródás vagy az alagutazás folyamán mekkora szöggel fordul el a dipólmomentum és a Larmor-formula segítségével ebből meghatározzuk, mennyi ideig tartózkodott a részecske a szórócentrum, ill. a barrier tartományában. Ezt a nagyon mesterkélt $\Delta\tau_L$ alagutazási időt nevezik Larmor-időnek. Használatban van egy harmadik, Büttiker-Landauer időnek nevezett alagutazási idő is, amely talán még a Larmor-időnél is mesterkéltebb. Erre nem térek ki.

Ezek az elképzelések azonban nem lehetnek a végleges válaszok az alagutazási idő kérdésére, mert különböző alagutazási időkre vezetnek és eleve eldöntöttnek tekintenek egy fontos kérdést, azt, hogy az alagutazási időnek határozott értéke van, nem pedig valamilyen valószínűségi eloszlás egy átlagos érték körül. A különböző alagutazási idők közötti választást és az eloszlás problémáját nyilván olyan típusú repülési idő méréssel lehet ellenőrizni, amelyről fentebb volt szó, ezért az emberben elkerülhetetlenül felmerül a kérdés, hogy az alagutazási időt miért nem közvetlenül az alagutazási idő fogalmát operatíve definiáló repülési-idő kísérlet várható eredményének a kiszámítása útján határozzák meg ahelyett, hogy mesterkélt, másodlagos kritériumokból indulnának ki. Az ok nagyon egyszerű: *A kvantumelmélet nem tud mit kezdeni az olyan kísérletekkel, amelyekben részecskedetektorok spontán megszólalásának időbeli eloszlása ill. korrelációja a vizsgálat tárgya*[2].

Fotonkorrelációs kísérletekben például annak $w(t_1,\ t_2)dt_1dt_2$ valószínűségét vizsgáljuk, hogy ha a fénysugár útjában a P_1 és a P_2 pontban elhelyezünk egy-egy (pontszerűnek tekinthető ideális) fotondetektort, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a P_1-beli detektor a $(t_1,\ t_1+dt_1)$, a P_2-beli a $(t_2,\ t_2+dt_2)$ intervallumban szólaljon meg. A kvantumoptikában ezt a valószínűséget a következő eljárással számítják ki.

A detektorokat egy-egy izolált atommal helyettesítik (atomi detektorok), amelyek $t=0$-ban alapállapotban vannak. Ezután kiszámítják annak $p(t_1,\ t_2)$ valószínűségét, hogy az *általunk választott* t_1-ben az 1.detektort, az *általunk választott* t_2-ben pedig a 2.detektort gerjesztett állapotban találjuk. Ez a számítás elvégezhető a kvantumelmélet standard szabályai szerint, mert az időpontokat *mi* választjuk. A keresett $w(t_1,\ t_2)$ valószínűséget a

$$w(t_1\ t_2)=\frac{\partial^2 p(t_1,\ t_2)}{\partial t_1\partial t_2} \qquad (*)$$

adja meg, mert $w(t_1,t_2)$ a $p(t_1,t_2)$ eloszlásfüggvényhez tartozó sűrűségfüggvény: A $(t_1,\ t_1+dt_1;\ t_2,\ t_2+dt_2)$ intervallumban a $p(t_1,t_2)$ valószínűség annyival növekszik meg, amilyen valószínűséggel a detektorok ebben az intervallumban felgerjednek.

A kvantumoptikában az ilyen típusú gondolatmenettel kapható formulákra a *counting rate formula* elnevezést használják és a segítségükkel írják le a fotonkorrelációs kísérletek eredményét. Ezekben a kísérletekben a detektorok maguk választják meg azt az időpontot, amikor megszólalnak, és noha a képletek levezetésénél az időpontokat mi jelöljük ki, a tapasztalat szerint ezek a képletek mégis korrekt leírását adják a kísérleteknek. Miért mondtuk akkor, hogy a kvantu-

[1] A maximumhely mozgási sebességéről ld. M. W. Mitchell and R. Y. Chiao Causality and Negative Group Delays in a Simple Bandpass Amplifier Am. J. Phys. 66 (1998) 14.

[2] A kvantumelméletben az idő paraméter, ezért a $|\varphi(t)|^2\ dt$ kifejezés nem valamilyen esemény bekövetkeztének valószínűsége a $(t,\ t+dt)$ intervallumban.

melméletben nem tudunk mit kezdeni az olyan kísérletekkel, amelyekben a detektorok spontán megszólalásainak a korrelációjára kérdezünk rá?

A (*) képlet nem lehet univerzálisan érvényes, mert vezethet negatív $w(t_1,\ t_2)$-re. A kvantumelméletben ugyanis nincs ok arra, hogy a $p(t_1,\ t_2)$ valószínűség az argumentumainak monoton növekvő (vagy legalább is nem csökkenő) függvénye legyen. A "szokásos" kvantumelméleti valószínűségek pozitivitását a kiszámításuk algoritmusa biztosítja ($w_n = |(\varphi_n,\ \psi)|^2$). Az időbeli eloszlások számításának előbb vázolt receptje ezt nem garantálja — *kivéve*, ha a foton és a detektor atom kölcsönhatás első rendjére (az első Born-közelítésre) korlátozódunk. A kvantumoptikában a foton és a detektor kölcsönhatás számításánál mindig ezt a közelítést használják, mert — hacsak nem tiltja valamilyen kiválasztási szabály, — az első Born-közelítés általában jó közelítést ad.

A gondolatmenet azért eredményezhet negatív valószínűséget is, mert azt az állítást, hogy "a detektor megszólalt", azzal az állítással helyettesítettük, hogy "a detektor-atom gerjesztett állapotban van". A két állítás nem egyenértékű. Az, hogy a detektor megszólalt, irreverzibilis kijelentés, amely nem tehető meg nem történtté. A detektor-atom a valóságban ugyanis nem egy izolált rendszer, hanem egy makroszkopikus eszköz része, amely képes jelezni a gerjesztés tényét. Egy izolált atom esetében azonban a dinamikai egyenlet megengedi, hogy az atom gerjesztettsége időben csökkenhessen (az alapállapoti valószínűség növekedjen).

Elég nyilvánvaló, miről van itt szó. A detektor megszólalása *spontán redukciós folyamat*, amelyet a Schrödinger-egyenlet — mint tudjuk, — nem ír le. Ezt a spontán redukciós folyamatot kell valahogy megkerülni ahhoz, hogy az időbeli korrelációkat tárgyalni tudjuk. Ez a megkerülés történik meg a

"A detektor megszólalt" $\longrightarrow$
"A detektor atom gerjesztett állapotban van"

helyettesítéssel, amelyet *naiv redukciós hipotézisnek (NRH)* fogok nevezni. A kvantumelméletben mindig, amikor időbeli eloszlásokról van szó — az exponenciális bomlástörvény tárgyalásánál például —, tudatosan vagy hallgatólagosan a naiv redukciós hipotézist alkalmazzák.

Tegyük fel a kvantumoptikai tapasztalatok alapján, hogy a naív redukciós hipotézis a Born-közelítéssel kombinálva elfogadható közelítése a spontán redukció ma még ismeretlen pontos elméletének és próbáljuk felhasználni az alagutazási idő kiszámítására. Nyilvánvaló ugyanis, hogy az alagutazási idő is két spontán esemény időbeli korrelációjával kapcsolatos, ezért a kvantumoptika gyakorlatát erre a feladatra is alkalmazhatjuk, *hacsak fotonokkal is végezhetünk alagutazási kísérletet.*

Ezért fontos körülmény, hogy bő tíz évvel ezelőtt kidolgozták az olyan fóliák gyártási technológiáját, amelyek fotonbarrierként viselkednek. A Maxwell-egyenletek — amelyek a foton Schrödinger-egyenletének a szerepét töltik be, — az ilyen fólia jelenlétében matematikailag pontosan azonosak a nemrelativisztikus részecskék alagutazását leíró Schrödinger-egyenlettel (nulla spinű fotonra), ezért remélhető, hogy ha mélyebben belelátunk a foton-alagutazás tulajdonságaiba, a részecskék alagutazásáról is megtudhatunk valamit.

Az időkorrelációs felfogás szellemében a fotonok alagutazási idejét a következő eljárással kell kiszámítani:

1) A foton forrását, amely egy legalacsonyabb gerjesztett állapotban lévő atom, elhelyezünk a koordinátarendszer origójában. Az atomi fotondetektort tőle z távolságban elhelyezzük a z-tengelyen. Közöttük, a z-tengelyre merőlegesen helyezkedik el a barrier, amely egy D-szélességű síklap.

2) t=0-ban elvégezzük a kezdeti állapot preparálását: A forrás-atomot gerjesztett állapotba hozzuk (külön állapotpreparálás nélkül feltehetjük, hogy a detektor atom alapállapotban van és fotonok nincsenek jelen). Ezután "elengedjük" a rendszert, hogy a Schrödinger-egyenlet alapján fejlődjön. Az atomi detektor-foton kölcsönhatást első Born-közelítésben számítjuk. A forrás-atom és a foton kölcsönhatását elvben pontosan kell figyelembe venni, de a gyakorlatban itt is közelítést, a Wigner-Weisskopf perturbációszámítást alkalmaztuk. A számításban a barrier is idealizált formában szerepelt.

3) Ezután a naiv redukciós hipotézis szellemében egy általunk választott tetszőleges $t_1 > 0$ pillanatban ránézünk a forrás-atomra és megállapítjuk,

gerjesztett vagy alapállapotban van-e. Egy másik $t_2 > 0$ pillanatban, amely lehet kisebb is, nagyobb is t_1-nél, ugyanezt tesszük az atomi detektorral, és a Schrödinger-egyenlet megoldásának a birtokában a standard szabályok alapján kiszámítjuk annak $p(t_1, t_2)$ valószínűségét, hogy a forrás-atomot alapállapotban, az atomi detektort gerjesztett állapotban találjuk (ld. ugyanezen a honlapon a *Time Correlation in Tunneling of Photons* c. dolgozatot).

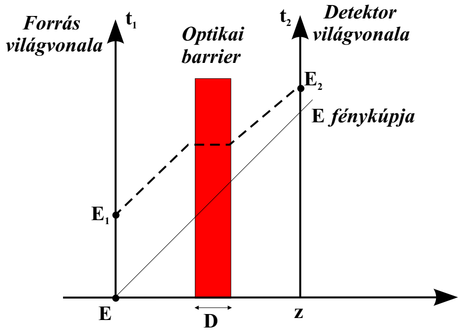
4) A keresett $w(t_1\ t_2)$ valószínűséget (*) alapján számítjuk ki. A következő struktúrájú képletre jutunk:

$$w(t_1\ t_2) = Ke^{-\Gamma t_1/\hbar}F(t_2 - t_1),$$

amelyben Γ a forrás-atom nívószélessége, K pedig egy konstans, amely a forrás bomlási állandóját, a barrier transzmisszióját, valamint az elrendezés geometriájával összefüggő mennyiségeket tartalmazza.

Amikor barrier nincs jelen, $F(t_2 - t_1) = \delta(t_2 - t_1 - z/c)$-re jutunk, ami a várakozásnak megfelelően azt fejezi ki, hogy a foton pontosan fénysebességgel teszi meg a z távolságot. Ez az eredmény a számítási eljárás fontos kontrollja.

Széles, magas barrier esetében a számítás az $F(t_2 - t_1) = \delta(t_2 - t_1 - (z - D)/c)$ képletre vezet, amelyből az következik, hogy *az alagutazás nem vesz időt igénybe* (végtelen sebességgel történik) és a vizsgált határesetben az eloszlása éles. Mindjárt egy kicsit részletesebben diszkutálom ezt a következtetést, de előbb megjegyzem, hogy az NRH-n túlmenő közelítések miatt *nem ezt a számszerű eredményt, hanem a gondolatmenetet* tartom a számításban a legfontosabbnak. Hangsúlyozom még, hogy a számítás során nem szükséges — és nem is lehet — figyelembe venni olyan addicionális kritériumokat, amilyenek pl. a Wigner-időhöz vagy a Larmor-időhöz szükségesek. Az időkorreláció számításnál a barrier abban jelentkezik, hogy az elektromágneses mező módusai nem pontos síkullámok, hanem a barrier által deformált síkhullámok, pontosan olyanok, mint a határozott energiájú részecskék alagutazásának a tárgyalásánál fellépő hullámfüggvények.



2.ábra

A 2.ábrán a két függőleges vonal a forrás és a detektor-atom világvonala, E_1 a bomlási, E_2 pedig a detektálási esemény. A két pontot összekötő szaggatott vonal a foton pályáját reprezentálja. A középső szakasz vízszintes, mert a számítás szerint az alagutazás nem vesz igénybe időt. Ennek ellenére a rajzon feltüntetett viszonyok mellett a kauzalitás nem sérül, mert az E_1 esemény időpontja nem a kísérletező választásától függ. A kísérletező utoljára az E esemény, az állapotpreparálás alkalmával avatkozik be a rendszerbe, ezért az információ E és E_2 között terjed. Mivel E_2 az E fénykúpján belül van, az információ terjedési sebessége kisebb a fénysebességnél.

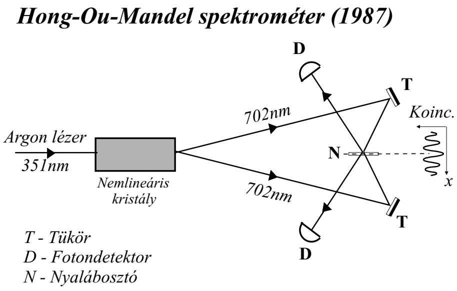
Ez természetesen azon múlik, hogy a rajzon a bomlás a D/c időnél később következik be: $t_1 > D/c$. Amikor $t_1 < D/c$, az E_2 az E fénykúpján kívülre kerül. A számítás azonban ezt az esetet nem öleli fel, mert Wigner-Weisskopf közelítésben történt, amelyről ismeretes, hogy a $\hbar/\Gamma$ bomlási időnél sokkal kisebb időkre nem érvényes. Ezért amikor arra a következtetésre jutunk, hogy E_2 az E fénykúpján vagy azon kívül van, a Wigner-Weisskopf közelítésnél pontosabb kiértékelési eljárás válik szükségessé, amely lényeges módosításhoz vezethet. Nagyon jó lenne tudni, hogy a pontosabb tárgyalás megengedi-e, hogy E_2 az E fénykúpján kívülre kerüljön. Amikor azonban E_2 kellő mértékben az E fénykúpján belül van ($t_2 - z/c \gg \hbar/fotonenergia$), a Wigner-Weisskopf közelítés elfogadható.

Összefoglalva: Az alagutazási időt a fogalom definíciója alapján a foton emissziójának és abszorpciójának időkorrelációjából lehet meghatározni. Az időkorreláció megbízható kiszámításához azonban ismerni kellene a spontán állapotredukció korrekt tárgyalási módját. Ha a kvantumoptika gyakorlatából indulunk ki, amely a naiv redukciós hipotézisen alapul, akkor a kísérletező utolsó beavatkozásának fénykúpján belül az alagutazási idő standard kvantumelektrodinamikával kiszámítható.

Függelék: A Berkeley-kísérlet kritikája.

1993-ban R. Y. Chiao és munkatársai a következő kísérletet végezték el a foton alagutazási idejének meghatározására (Berkeley-kísérlet):

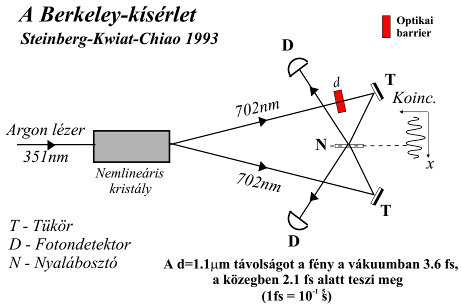
A 3.ábrán látható berendezésben a nemlineáris kristály a lézernyaláb egy fotonját időnként két egyforma energiájú (hullámhosszú), a beesővel közel egyirányú fotonra hasítja (parametrikus lekonvertálás). A két detektor koincidenciáinak száma érzékenyen függ az N nyalábosztó x-irányú helyzetétől. Érdekes módon abban az esetben, amikor a nyalábosztó lemez pontosan a berendezés szimmetriasíkjában van, a koincidenciák eltűnnek: mindkét fotont ugyanaz a detektor regisztrálja.



3.ábra

A 4.ábra a Berkeley-kísérlet vázlata. Amikor az egyik nyaláb útjába fotonbarriert helyezünk, a koincidenciák kioltása az osztó szimmetriasíktól kissé eltérő helyzetében (eltérő x-nél) valósul meg.

Interpretáció: A koincidenciák x-függése sajátos interferencia jelenség, amelyhez a fotonok átfedése szükséges. A kioltási hely eltolódását ezért úgy értelmezhetjük, hogy a fotonok azok, amelyek egymáshoz képest eltolódtak. Ennek a képnek az alapján az eltolódás irányából és nagyságából 2,1 fs alagutazási időt kapunk. A barrier vastagságának megfelelő távolságot a fény ennél hosszabb, 3,6 fs idő alatt teszi meg, ezért az alagutazás sebessége nagyobb a fénysebességnél.



4.ábra

Következik-e ebből, hogy az információhordozó jelek is fénynél gyorsabban terjednek a barrier tartományában?

Ezzel kapcsolatban fontos megjegyezni, hogy a Berkeley-kísérletben anélkül jutnak el az alagutazási idő számértékéhez, hogy szükség lenne a redukciós hipotézis bármilyen formájára. A kísérletben időpontok sehol sem lépnek fel, mert egy stacionér jelenségből (a kioltási hely eltolódásából) számítanak ki alagutazási időt. Azt a jelenségkört, amelyhez ez a kísérlet tartozik, a kvantummechanika bizonyosan helyesen írja le. Problémát csak spontán detektor-megszólalások időbeli eloszlása jelenthetne, de ebben a kísérletben ilyesmiről nincs szó. Ezért a kísérlet eredményét a kvantumelmélet alapján megbízhatóan ki lehet számítani és a kísérlet elvégzése nélkül, egyedül a számítás alapján is el lehet jutni a 2,1 fs alagutazási időhöz, amely a jelenség interpretációja alapján nem lehet más, mint a Wigner-idő.

A kísérlet stacionaritása miatt azonban ez az idő két olyan esemény — a barrierbe történő belépés és az abból történő kilépés időkülönbsége, amelyeket csak elképzelünk, de nem figyelünk meg. Márpedig J. A. Wheeler szerint a kvantumelméletben *"no event is an event unless it is an observed event"* (egy esemény csak akkor esemény, ha megfigyelt esemény). Ezért nem nyilvánvaló, hogy ha egy stacionér kísérletből *dedukált* időkülönbséghez a fólia vastagsága alapján sebességet rendelünk, ez a sebesség felfogható út/időként, és így az sem bizonyos, hogy amikor információt továbbítunk a fólián keresztül, az is a Berkeley-kísérletből *kiszámítható* sebességgel terjed. Az időkorrelációval *mérhető* repülési időhöz tartozó sebességgel ilyen kétség nem merül fel: ha a fénysebességnél nagyobbnak adódik, ez az információ terjedésére is vonatkozik.

Kis sebességkülönbségek interferencia módszerrel történő meghatározásának klasszikus példája a Michelson-Morley kísérlet. Köztudott azonban, hogy a repülési idő közvetlen mérésének interferencia módszerrel történő helyettesítése lényegesen megnöveli ugyan a sebesség *különbségek* mérésének a pontosságát, de nem ad felvilágosítást az interferométer két karjában terjedő fény sebességének a nagyságáról különkülön. A Berkeley-kísérletben is hasonló a helyzet: A kísérletből nem állapítható meg, hogy a koincidencia-minimum eltolódása azért következett-e be, mert azon az úton, ahova a barriert behelyeztük, a sebesség megnőtt, vagy pedig azért, mert a másik úton lecsökkent. Egy kvantummechanikai kísérletben ezt egyáltalán nem lehet a szemléletre történő hivatkozással eldönteni[3].

Meggondolásaink azt sugallják, hogy az alagutazási idő vizsgálata termékeny kiindulópont lehetne a spontán redukció és a kauzalitás problémakörének jobb megértéséhez. A tisztázási folyamat előmozdítása érdekében azonban jó volna, ha alagutazási időn következetesen a repülési időn alapuló alagutazási időt értenénk és a másodlagos kritériumok alapján számított alagutazási időket segédmennyiségeknek tekintenénk.

[3]Ezért az észrevételért Gábor fiamnak tartozok köszönettel.